RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 maggio 1916.

F. D'OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Meccanica. — *Sulle distorsioni di un cilindro elastico due volte connesso.* Nota II della sig.na ELEONORA FREDA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

La funzione μ [formola (VI) della Nota precedente] è della forma:

$$\mu = (x^2 + y^2)\,\varphi(\mathrm{J}) + \left[\left(x - \frac{1}{a}\right)^2 + y^2\right]\psi(\mathrm{J}).$$

Allora, poichè

$$\frac{\partial \mathrm{J}}{\partial x} = -\frac{2x}{x^2+y^2}(\mathrm{J} - a^2) - \frac{2a}{x^2+y^2} =$$

$$= -\frac{2x}{\left(x-\frac{1}{a}\right)^2 + y^2}\frac{\mathrm{J}}{a^2}(\mathrm{J} - a^2) - \frac{2a}{\left(x-\frac{1}{a}\right)^2 + y^2}\frac{\mathrm{J}}{a^2}$$

$$\frac{\partial \mathrm{J}}{\partial y} = -\frac{2y}{x^2+y^2}(\mathrm{J} - a^2) = -\frac{2y}{\left(x-\frac{1}{a}\right)^2 + y^2}\frac{\mathrm{J}}{a^2}(\mathrm{J} - a^2)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial x} = 2x\left[\varphi(\mathrm{J}) + \psi(\mathrm{J}) + \varphi'(\mathrm{J})\,(a^2 - \mathrm{J}) + \psi'(\mathrm{J})\left(\mathrm{J} - \frac{\mathrm{J}^2}{a^2}\right)\right] -$$

$$- 2a\,\varphi'(\mathrm{J}) - \frac{2}{a}\psi(\mathrm{J}) - \frac{2}{a}\mathrm{J}\psi'(\mathrm{J})$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial y} = 2y\left[\varphi(\mathrm{J}) + \psi(\mathrm{J}) + \varphi'(\mathrm{J})\,(a^2 - \mathrm{J}) + \psi'(\mathrm{J})\left(\mathrm{J} - \frac{\mathrm{J}^2}{a^2}\right)\right];$$

e tali due espressioni sono costanti sulle due superficie cilindriche se per $J = R_1^2$, $J = R_2^2$, si ha:

$$\text{(VII)} \qquad \varphi(J) + \psi(J) + \varphi'(J)\,(a^2 - J) + \psi'(J)\left(J - \frac{J^2}{a^2}\right) = 0,$$

la quale condizione, applicata alla (VI), dà

$$\text{(VIII)} \begin{cases} c_1 + b_1 - \dfrac{sa\,R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} + \dfrac{s\,R_1^4}{2a(R_1^2 + R_2^2)} - \dfrac{(1-s)\,a^3\,R_1^2\,R_2^2}{2(R_1^2 + R_2^2)}\,\dfrac{1}{R_1^4} + \\ \qquad + \dfrac{(1-s)\,a\,R_1^2\,R_2^2}{R_1^2 + R_2^2}\,\dfrac{1}{R_1^4} = 0 \\ c_1 + b_1 + \dfrac{sa\,R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} - \dfrac{s\,R_2^4}{2a(R_1^2 + R_2^2)} - \dfrac{(1-s)\,a^3\,R_1^2\,R_2^2}{2(R_1^2 + R_2^2)}\,\dfrac{1}{R_2^4} + \\ \qquad + \dfrac{(1-s)\,a\,R_1^2\,R_2^2}{R_1^2 + R_2^2}\,\dfrac{1}{R_2^4} = 0 \end{cases}$$

soddisfatte per

$$s = \frac{a^2\,[a^2(R_1^2 + R_2^2) - 2R_1^2\,R_2^2]}{R_1^2\,R_2^2\,[R_1^2 + R_2^2 - 2a^2] + a^2\,[a^2(R_1^2 + R_2^2) - 2R_1^2\,R_2^2]}$$

$$c_1 = \frac{a\,[a^2(R_1^2 + R_2^2) - 2R_1^2\,R_2^2]}{2(R_1^2 + R_2^2)\,(R_1^4 - R_2^4)}\,\frac{R_1^6(R_1^2 - 2a^2) - R_2^6(R_2^2 - 2a^2)}{R_1^2\,R_2^2\,[R_1^2 + R_2^2 - 2a^2] + a^2\,[a^2(R_1^2 + R_2^2) - 2R_1^2\,R_2^2]}$$

$$b_1 = -\frac{1}{[R_1^2 + R_2^2]^2}\,\frac{aR_1^4\,R_2^4(R_1^2 + R_2^2 - 2a)}{R_1^2\,R_2^2\,[R_1^2 + R_2^2 - 2a^2] + a^2\,[a^2(R_1^2 + R_2^2) - 2R_1^2\,R_2^2]}.$$

Determinata χ, ho

$$\Phi = \frac{m}{2\pi}\,\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{-\frac{1}{4}\,x\log J + \frac{s}{4a}\log J + \right.$$

$$+ \frac{x - \dfrac{s}{a}}{4(R_1^2 + R_2^2)}\left[J - \frac{R_1^2\,R_2^2}{J}\right] + \frac{x^2 + y^2}{2}\left[c_1 + \frac{s}{2a(R_1^2 + R_2^2)}\,J^2\right] +$$

$$\left. + \frac{\left(x - \dfrac{1}{a}\right)^2 + y^2}{2}\left[b_1 + \frac{(1-s)\,a^3\,R_1^2\,R_2^2}{2(R_1^2 + R_2^2)}\,\frac{1}{J^2}\right]\right\}.$$

Avuta χ, posso determinare ψ e quindi φ come nel problema precedente; ho

$$\varphi = \frac{m}{2\pi}\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{-y\,\mathrm{artg}\frac{y}{x}+y\,\mathrm{artg}\frac{y}{x-\frac{1}{a}}-\right.$$

$$-\frac{x-\frac{1}{a}}{2}\log\left[\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+y^2\right]+\frac{x}{2}\log(x^2+y^2)+$$

$$+\frac{a\left(s-\frac{1}{2}\right)}{R_1^2+R_2^2}\log(x^2+y^2)-\frac{R_1^2R_2^2\left(s-\frac{1}{2}\right)}{a^3(R_1^2+R_2^2)}\log\left[\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+y^2\right]+$$

$$\left.+\left[c_1+b_1+\frac{sa^3}{2(R_1^2+R_2^2)}+\frac{(1-s)R_1^2R_2^2}{2a(R_1^2+R_2^2)}\right](x^2-y^2)\right\}.$$

Trovate Φ e φ le (I) dànno gli spostamenti: Se in particolare i due cilindri limitanti il solido sono concentrici

$$a=s=h_1=c_1=0\quad R_1^2=\frac{A}{r_1^2}\quad R_2^2=\frac{1}{r_2^2},$$

$$\chi=\frac{r_1^2r_2^2}{2(r_1^2+r_2^2)}\frac{x}{x^2+y^2}-\frac{1}{2(r_1^2+r_2^2)}xy^2-\frac{1}{2(r_1^2+r_2^2)}x^3,$$

$$\psi=-\frac{x^3}{3(r_1^2+r_2^2)}+\frac{xy^2}{r_1^2+r_2^2}.$$

Quindi, se $r=\sqrt{x^2+y^2}$, sarà

$$\Phi=\frac{m}{2\pi}\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{\frac{1}{4}x\log r^2+\frac{r_1^2r_2^2}{4(r_1^2+r_2^2)}\frac{x}{x^2+y^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{4(r_1^2+r_2^2)}xy^2-\frac{1}{4(r_1^2+r_2^2)}x^3\right\}$$

$$\varphi=\frac{m}{2\pi}\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{\frac{x}{2}\log r^2-y\,\mathrm{artg}\frac{y}{x}+\frac{y^2x}{r_1^2+r_2^2}-\frac{x^3}{3(r_1^2+r_2^2)}\right\},$$

e quindi, dalle formole (I) dell'Almansi

$$u=\frac{m}{2\pi}\left\{\frac{K}{L+2K}\log r-\frac{L+K}{2(L+2K)}\frac{r_1^2r_2^2}{r_1^2+r_2^2}\frac{\partial^2\log r}{\partial x^3}-\frac{L+K}{L+2K}\frac{x^2}{r^2}+1+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2(L+2K)(r_1^2+r_2^2)}[(3L+5K)y^2+(L-K)x^2]\right\}$$

$$v=\frac{m}{2\pi}\left\{\mathrm{artg}\frac{y}{x}+\frac{L+K}{2(L+2K)}\left(r^2-\frac{r_1^2r_2^2}{r_1^2+r_2^2}\right)\frac{\partial^2\log r}{\partial x\,\partial y}-\right.$$

$$\left.-\frac{L+3K}{(L+2K)(R_1^2+R_2^2)}xy\right\}$$

$$w=0.$$

Mi propongo ora di trovare le espressioni degli spostamenti nell'ipotesi che, eseguito il taglio nel modo solito, si sia fatta subire all'una faccia una rotazione intorno all'asse z. Cercherò perciò di determinare due funzioni Φ e φ soddisfacenti alle condizioni imposte dal prof. Almansi e, di più, tali che

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{r}{2\pi}\,\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{ y \operatorname{artg}\frac{y}{x} + \text{funzione monodroma}\right\}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{r}{2\pi}\,\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{ x \operatorname{artg}\frac{y}{x} + \text{funzione monodroma}\right\};$$

e questo si verifica se

$$\varphi = \frac{r}{2\pi}\,\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{ xy \operatorname{artg}\frac{y}{x} + \frac{3}{4}(x^2-y^2) + \right.$$
$$\left. + \frac{y^2-x^2}{4}\log(x^2+y^2) + \psi\right\},$$

dove ψ è una funzione armonica con derivate rispetto ad x e ad y regolari

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \frac{r}{2\pi}\,\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{ -\frac{1}{2}\log(x^2+y^2) + \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right\} = \Delta^2\Phi\,.$$

Ora osservo che, se fosse

$$(IX)\qquad \Phi = \frac{r}{2\pi}\,\frac{4K(L+K)}{L+2K}\,\frac{1}{8}\left\{ (x^2+y^2)\,[c_1 + (1-b_2)\log J] + \right.$$
$$\left. + \left[\left(x-\frac{1}{a}\right)^2 + y^2\right][b_1 + b_2 \log J]\right\},$$

Φ soddisferebbe alla condizione di essere biarmonica, ed il suo Δ^2 conterrebbe il termine $-\frac{1}{2}\log(x^2+y^2)$. Ma in Φ comparirebbe anche

$$+\frac{2b_2}{a}\,x\log(x^2+y^2),$$

il cui Δ^2 è $\frac{4b_2}{a}\,\frac{\partial\log(x^2+y^2)}{\partial x}$; e quindi, essendo $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \Delta^2\Phi$, φ conterrebbe il prodotto di una costante per

$$\left[x\log[x^2+y^2] - 2x - 2y\operatorname{artg}\frac{y}{x}\right],$$

la cui derivata rispetto ad y non è regolare. Posso eliminare tale inconve-

niente aggiungendo a Φ la funzione biarmonica (vedi problema precedente)

$$\frac{r}{2\pi}\,\frac{4K(L+K)}{L+2K}\,\frac{1}{8}\left\{\frac{2b_2}{a}\,x\log J-\frac{2b_2}{a(R_1^2+R_2^2)}\,x\left[J-\frac{R_1^2R_2^2}{J}\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{2b_2a^2R_1^2R_2^2}{R_1^2+R_2^2}\,\frac{\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+y^2}{J^2}\right\}.$$

Allora

$$(X)\qquad \Phi=\frac{r}{2\pi}\,\frac{4K(L+K)}{L+2K}\,\frac{1}{8}\left\{(x^2+y^2)\left[c_1+(1-b_2)\log J\right]+\right.$$

$$+\left[\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+y^2\right]\left[b_1+b_2\log J-\frac{2b_2a^2R_1^2R_2^2}{R_1^2+R_2^2}\,\frac{1}{J^2}\right]+$$

$$\left.+\frac{2b_2}{a}\,x\log J-\frac{2b_2}{a(R_1^2+R_2^2)}\,x\left[J-\frac{R_1^2R_2^2}{J}\right]\right\}.$$

Ora debbo determinare b_1, c_1, b_2 in modo che $\frac{\partial\Phi}{\partial x}$, $\frac{\partial\Phi}{\partial y}$ siano costanti per $J=R_1^2$ $J=R_2^2$. Ora la somma dei termini in parentesi si compone di due parti: l'una,

$$\frac{2b_2}{a}\,x\log J-\frac{2b_2x}{a(R_1^2+R_2^2)}\left[J-\frac{R_1^2R_2^2}{J}\right]$$

avente già derivate rispetto ad x ed y costanti per $J=R_1^2$ $J=R_2^2$; l'altra della forma

$$(x^2+y^2)\,\varphi(J)+\left[\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+y^2\right]\psi(J).$$

Si è già vista la condizione (VII) perchè una funzione di questo tipo abbia derivate rispetto ad x e ad y costanti per $J=R_1^2$ e $J=R_2^2$.

Applicandola al caso in cui $\varphi(J)$ e $\psi(J)$ siano le speciali funzioni contenute nella (X), si ottengono due equazioni in c_1, b_1, b_2 soddisfatte per

$$b_2=\frac{a^2(R_1^2+R_2^2)}{R_1^2-R_2^2}\,\frac{R_1^2(R_2^2\log R_1^2-a^2)-R_2^2(R_1^2\log R_2^2-a^2)}{a^2\left[a^2(R_1^2+R_2^2)-2R_1^2R_2^2\right]+R_1^2R_2^2(R_1^2+R_2^2-2a^2)}$$

$$b_1=b_2\,\frac{\left[R_1^2+R_2^2\right]\left[R_1^2+R_2^2-2a^2\right]+2a^4}{a^2(R_1^2+R_2^2)}+1$$

$$c_1=\frac{R_1^2\log R_1^2-R_2^2\log R_2^2}{R_2^2-R_1^2}.$$

Dalla (X), tenuto conto che la funzione armonica φ deve soddisfare alla condizione $\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=\Delta^2\Phi$, ho

$$(XI)\quad \varphi = \frac{r}{2\pi}\frac{4K(L+K)}{L+2K}\left\{\left[c_1+b_1+\log a^2-\frac{2b_2\,R_1^2\,R_2^2}{a^2(R_1^2+R_2^2)}\,\frac{x^2-y^2}{4}\right]+\right.$$

$$+\frac{b_2}{a(R_1^2+R_2^2)}\log(x^2+y^2)-\frac{b_2\,R_1^2\,R_2^2}{2a^4(R_1^2+R_2^2)}\left[\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+y^2\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{a}\right)\log\left[\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+y^2\right]-y\,\operatorname{artg}\frac{y}{x-\frac{1}{a}}+$$

$$+xy\,\operatorname{artg}\frac{y}{x}-\left(x-\frac{1}{a}\right)y\,\operatorname{artg}\frac{y}{x-\frac{1}{a}}-\frac{x^2-y^2}{4}\log(x^2+y^2)+$$

$$\left.+\frac{\left(x-\frac{1}{a}\right)^2-y^2}{4}-\log\left[\left(x-\frac{1}{a}\right)^2+y^2\right]\right\}.$$

Avute dalla (X) e dalla (XI) Φ e φ, non ho che da applicare le (X_1) per avere gli spostamenti.

Matematica. — *Sui teoremi di Rolle e della media per le funzioni additive.* Nota di G. Vitali, presentata dal Socio C. Segre.

1. L'estensione dei teoremi di Rolle e della media alle funzioni additive [1] è stato oggetto di studî recenti nelle seguenti Note:

A) G. Fubini, *Esiste un corpo pesante a densità sempre nulla?* Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, vol. 50°, 1914-15, pp. 293 sgg.

B) G. Fubini, *Il teorema del valor medio.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XXIV, ser. 5ª, 1° sem. 1915, pp. 691 sgg.

C) G. Vitali, *I teoremi della media e di Rolle* (da una lettera al prof. G. Fubini). Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, vol. 51°, 1915-16, pp. 143 sgg.

[1] La nozione di funzione additiva si trova già nelle *grandezze coesistenti* di Cauchy. Ved. Cauchy, *Mémoire sur le rapport différentiel de deux grandeurs qui varient simultanément* (Exercices d'analyse et de physique mathém., tome 2, Paris, 1841, pp. 188-229).

Il Servois (Annales de mathématiques, tome V, 1815), introdusse l'espressione « funzione distributiva » che in seguito fu usata per indicare quelle che attualmente si chiamano « funzioni additive ». Ved. G. Peano, *Le grandezze coesistenti di Cauchy* (Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, vol. 50°, 1914-15, pag. 1146).

La denominazione di funzione additiva è ora usata nei seguenti trattati: *Cours d'analyse infinitésimale* par Ch. J. de la Vallée Poussin, deuxième édition, tome II, pag. 110, Louvain, 1912; dott. Guido Fubini, *Lezioni di analisi matematica*, seconda edizione, pag. 376, Torino, 1915.

Il Fubini, nella Nota A), dimostra:

Teorema I). *I teoremi della media e di Rolle valgono per una funzione additiva* $f(\tau)$ *definita in un campo piano, limitato e connesso,* J, *quando sono soddisfatte le seguenti condizioni:*

1°) *una retta qualsiasi non incontra il contorno di* J *in più di due punti* [1];

2°) $f(\tau)$ *è* CONTINUA SULLE RETTE [2]: *cioè, se* τ *è una delle parti in cui* J *è diviso da una retta* r, *la* $f(\tau)$ *varia con continuità mentre* r *varia conservando la direzione* [3];

3°) $f(\tau)$ *ha derivata* (nel senso di Lebesgue o De la Vallée Poussin) *in ogni punto interno a* J *e* SUL CONTORNO.

Per derivata di $f(\tau)$ in un punto P si può qui intendere pertanto il limite di $\frac{f(\tau)}{\tau}$ per $\tau = 0$, τ essendo un campo connesso cui appartiene P e il cui rapporto al minimo cerchio di centro P che lo contiene è maggiore di un numero fisso $k > 0$.

In altre parole, *la derivata è qui intesa nel senso di Lebesgue* [4] *o, se si vuole, nel senso generale di Ch. de la Vallée Poussin* [5], con la condizione, in più, che P debba appartenere (cioè essere interno o sul contorno) a ciascuno dei campi τ che figurano nel rapporto di cui si deve cercare il limite [6].

Teorema I^{bis}). *Se però il campo* J *è un rettangolo, basta enunciare la seconda condizione per le rette parallele ai suoi lati e la terza per i punti interni al rettangolo, per poterne concludere* (coi ragionamenti molto semplici del Fubini) *che esiste un punto* P *proprio interno ad* J, *in cui* $f'(P) = \frac{f(J)}{J}$.

Si può dire, di più, che in questo caso basta che la derivata sia definita come il limite di $\frac{f(\tau)}{\tau}$ per $\tau = 0$, dove τ è un rettangolo coi lati paralleli

[1] Basta anche che questa condizione sia soddisfatta per le rette parallele agli assi coordinati (cioè a due rette fisse qualunque, non parallele).

[2] Questa denominazione è usata dal Fubini nella Nota (A).

[3] Questa condizione si può enunciare anche dicendo che, se τ è quel pezzo di J che è racchiuso tra due rette parallele, allora $f(\tau)$ tende a zero, quando tende a zero la distanza di queste due rette. Basta che tale condizione sia soddisfatta dalle rette parallele ad uno degli assi coordinati, cioè a due rette fisse qualsiasi non parallele (cfr. la Nota 1).

[4] *Sur l'intégration des fonctions discontinues,* par M. H. Lebesgue. Ann. éc. norm. (3), XXVII, août. 1910, pp. 362 e 890.

[5] Loc. cit., pag. 113.

[6] A rigor di termini dovrei aggiungere: se il contorno è tale da consentire in tutti i suoi punti una derivata di questo genere.

ai lati di J contenente P al suo interno e col rapporto dei lati compreso tra due numeri inversi fissi H ed $\frac{1}{H}$ (con $1 \neq H \neq 0$).

Teorema I^{ter}). Nella Nota B) il Fubini *omette la condizione 2ª* [della continuità di $f(\tau)$ sulle rette], *dimostrando però soltanto che* $\frac{f(J)}{J}$ *è compreso fra i limiti superiore ed inferiore della derivata di* f.

Teorema I^{quater}). *Ammettendo, invece, che* $f(\tau)$ *sia continua non su rette, ma su altri tipi di linee, si può ancora nel caso generale dimostrare* (col metodo del Fubini) *che il citato punto* P *è interno ad* J.

Limitando in altro modo la natura del campo J, io ho poi dimostrato nella Nota C:

Teorema II). *I teoremi della media e di Rolle valgono quando* J *è un rettangolo, o un cerchio, o un'ellisse, o una corona circolare,* ecc. ecc., *purchè* $f(\tau)$ *ammetta derivata* (nel senso di De la Vallée Poussin) *finita in tutti i punti interni di* J, *o sul contorno; ed esiste quindi un punto* P *di* J *in cui* $f'(P) = \frac{f(J)}{J}$.

Veramente dalla mia Nota C) risulta soltanto che il punto P è interno, *o sul contorno* di J; ma nel presente lavoro completerò questo risultato, dimostrando che si può sempre trovare un tal punto *interno* a J.

Così potremo concludere, in particolare, che

Teorema II^{bis}). *I teoremi di Rolle e della media valgono per un campo* J *rettangolare; ed il punto* P, *in cui*

$$f'(P) = \frac{f(J)}{J}$$

è interno a J

se $f(\tau)$ *ammette derivata finita in ogni punto interno a* J *e se è continua sulle parallele ai lati di* J *(condizione di Fubini),*

oppure *se ammette derivata finita in ogni punto di* J *interno o sul contorno (condizione di Vitali).*

2. Per dimostrare i teoremi di Rolle o della media nel caso in cui J sia un rettangolo ABCD, io ho, nella mia Nota citata, diviso AB in 2^n parti uguali e tirate le parallele a BC per i punti di divisione; poi ho diviso BC in 2^n parti uguali e ho tirato per i punti di divisione le parallele ad AB, ed ho indicato con S_n il sistema di rettangoli uguali in cui J viene diviso da questi 2 sistemi di rette.

Ebbene: se $f(\tau)$ è una funzione additiva dei campi τ di J, che ammette in ogni punto (interno e sul contorno di J) derivata finita, e se $f(J) = 0$, per provare, col ragionamento da me usato nella Nota citata, che *esiste un punto* P *interno a* J *in cui* $f'(P) = 0$, basta provare che, per un qualche n,

o esiste un rettangolo τ di S_n interno a J (cioè non avente punti sul contorno di J) in cui $f(\tau) = 0$, oppure esistono due rettangoli τ_1, τ_2 di S_n interni a J, per cui

$$f(\tau_1) > 0 \quad \text{e} \quad f(\tau_2) < 0 .$$

Se non si verificassero queste condizioni, vorrebbe dire che, per ogni n e per ogni rettangolo τ di S_n interno a J, è sempre $f(\tau) > 0$ o sempre $f(\tau) < 0$.

Supponiamo che sia sempre $f(\tau) < 0$.

Indichiamo con S'_n il sistema dei rettangoli di S_n non interni a J.

È allora evidentemente

$$0 > f(S_3 - S'_3) > f(S_4 - S'_4) > f(S_5 - S'_5) > \cdots$$

e, poichè

$$f(S_n) = f(J) = 0 ,$$

è

$$0 < f(S'_3) < f(S'_4) < f(S'_5) < \cdots ;$$

e quindi esiste un numero $k > 0$ per cui

$$f(S'_n) > k ,$$

qualunque sia $n > 2$.

Esiste allora in S'_3 un rettangolo ϱ_3 per cui

$$f(\varrho_3) > \frac{k}{S'_3} \varrho_3 ;$$

e se ϱ'_3 è quella parte di S'_4 che è contenuta in ϱ_3, sarà

$$f(\varrho'_3) > f(\varrho_3) \ (^1).$$

Esiste dunque in ϱ'_3 un rettangolo ϱ_4 (di S'_4) per cui

$$f(\varrho_4) \geq \frac{f(\varrho'_3)}{\varrho'_3} \varrho_4 > \frac{k}{S'_3} \frac{\varrho_3}{\varrho'_3} \varrho_4 ;$$

e se ϱ'_4 è quella parte di S'_5 che è contenuta in ϱ_4, esiste in ϱ'_4 un rettangolo ϱ_5 (di S'_5) per cui

$$f(\varrho_5) > \frac{k}{S'_3} \frac{\varrho_3}{\varrho'_3} \frac{\varrho_4}{\varrho'_4} \varrho_5 ,$$

e così via.

Si vede poi subito che, per ogni n, è

$$\frac{\varrho_n}{\varrho'_n} \geq \frac{4}{3} .$$

(1) Poichè $f(\varrho_3 - \varrho_3') < 0$, essendosi fatta l'ipotesi che in ogni rettangolo interno la $f(\tau)$ sia negativa.

Si conclude che

$$f(\varrho_n) > \frac{k}{S_3'} \left(\frac{4}{3}\right)^{n-3} \varrho_n ,$$

ossia che

$$\frac{f(\varrho_n)}{\varrho_n} > \frac{k}{\varrho_3'} \left(\frac{4}{3}\right)^{n-3} .$$

Ora i rettangoli

$$\varrho_3 \varrho_4 \varrho_5 \cdots ,$$

essendo ciascuno contenuto nel precedente, hanno un punto comune P, e per l'ultima disuguaglianza, la derivata di $f(\tau)$ in P non potrebbe essere finita. E ciò contro l'ipotesi.

Un ragionamento analogo, fatto nel caso in cui J è un cerchio o una ellisse o una corona circolare ecc., porterebbe alla stessa conclusione.

3. Il prof. G. Peano nella Nota citata e in un'altra sua pubblicazione anteriore (1), si occupa dei teoremi di Rolle e della media e ne indica la semplice dimostrazione nel caso in cui la derivata in P sia intesa come il limite del rapporto di $\frac{f(\tau)}{\tau}$, dove τ un campo qualunque che può anche non contenere il punto P.

L'esistenza di simile derivata finita in ogni punto porta difatti la continuità, ed è di qui che si deducono facilmente i teoremi di Rolle e della media.

Ma la derivata nel senso generale di De la Vallée Poussin non porta come conseguenza la derivata di Peano: e quindi la portata dei risultati delle Note di Fubini e mia è naturalmente diversa da quella del risultato di Peano.

4. Ancora una osservazione.

Ho avuto occasione di distinguere al n. 1 derivate di De la Vallée Poussin considerate come limite di $\frac{f(\tau)}{\tau}$ in cui il punto limite P appartiene a τ, e derivate di De la Vallée Poussin considerate come limite di $\frac{f(\tau)}{\tau}$ in cui il punto limite P è interno τ. Risulta subito che le derivate di una di queste specie lo sono anche dell'altra se P è interno al campo d'esistenza della funzione, mentre è ovvio che non si può parlare che di derivate del 1° tipo se P è sul contorno.

Ad ogni modo, nel teorema di Fubini enunciato alla fine del n. 1 della presente Nota, poichè non si parla di derivate nei punti del contorno, le derivate si possono intendere senz'altro del 2° tipo.

(1) *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*, per Giuseppe Peano. Torino 1887, pp. 171 sgg.

Anatomia. — *Dimostrazione della natura condriosomica degli organuli cellulari colorabili col bleu-pirrolo in cellule coltivate « in vitro »* (1). Nota di GIUSEPPE LEVI, presentata dal Corrispondente GINO GALEOTTI.

Colorazioni vitali in cellule coltivate fuori dell'organismo furono fino ad oggi tentate da Hoffman (2) e da M. e W. Lewis (3). I due autori americani sottoposero le loro colture in mezzi liquidi inorganici all'azione del verde Janus, ma tale sostanza si dimostrò assai tossica per le colture anche in soluzioni diluitissime; cionondimeno, essi riescirono a mantenere in vita per qualche ora alcune cellule in cui i condriosomi si erano colorati elettivamente; fu notato che quegli organuli si disgregavano rapidamente.

Hoffmann adoperò il bleu-pirrolo iniettandolo (in cavie) per via endovenosa, poco prima di estrarre il plasma che doveva servire da terreno di coltura; in colture di fegato di embrioni di cavia (le quali, a giudicare dalle figure riprodotte, erano assai poco rigogliose) alcune cellule a forma stellata contenevano delle granulazioni colorate; altre, a forma affusata, ne erano del tutto prive. Le prime sono dall'A. interpretate come istiociti, le seconde come fibroblasti. Il metodo della colorazione vitale permetterebbe adunque di distinguere nelle colture quei due tipi di cellule.

L'A. si limita alla descrizione di preparati fissati in formolo, e non tratta affatto il problema della vera natura dei granuli colorati.

Le mie ricerche furono invece dirette a quest'ultimo particolare scopo.

Colture di miocardio, di tegumento, di corpo di Wolff di embrioni di pollo dall'8° al 12° giorno furono colorate col bleu-pirrolo aggiungendo al plasma ancora liquido, che doveva servire per la coltura, una certa quantità (maggiore o minore, a seconda dei casi) di una soluzione del colore in liquido di Ringer sterilizzata nell'autalave.

La presenza di una quantità abbondante di colore — il quale, quando il plasma coagula, precipita in grossolani ammassi — non danneggia la vitalità del pezzo esplantato; tanto le cellule mesenchimali quanto quelle dell'epidermide migrano nel plasma, e le prime vi si riproducono rigogliosamente. Frammenti di miocardio pulsarono per 3 giorni in plasma diluito in una solu-

(1) Lavoro eseguito nell'Istitute di Anatomia umana della R. Università di Palermo.

(2) Hoffmann P., *Vitale Färbung embryonaler Zelden in Gewebskulturen.* Folia haematolog., Bd. 18, 1914.

(3) Lewis M. e Lewis W., *Mitochondria in Tissues-Cultures.* Americ. Journ. of Anat., vol. 16°, 1915.

zione 1/2 % di bleu-pirrolo nella proporzione di 3 : 1. Il plasma veniva disteso in uno strato sottilissimo: condizione, questa, favorevole, per le ragioni esposte in altra mia pubblicazione (1), allo studio della struttura della cellula vivente. Per ottenere un maggior risalto delle parti colorate della cellula, il preparato, mantenuto nel termostato Pfeiffer alla temp. di 39-40°, veniva fortemente illuminato con luce artificiale e col condensatore.

La fissazione con formalina conserva, come è noto, la colorazione vitale; ma essa àltera tanto profondamente la forma degli organuli colorati e la costituzione del citoplasma, che essi diventano del tutto inutilizzabili per studî citologici; imagini migliori, ma sempre imperfette, si ottengono col bicromato-formolo. I liquidi contenenti tetrossido di osmio modificano la colorazione.

Del resto l'osservazione delle cellule viventi colorate *intra vitam* dà risultati tanto chiari, che lo studio dei preparati fissati diviene superfluo.

Rilevo anzi tutto che, negli organi da me studiati, quasi tutte le cellule mesenchimali e quelle del tegumento assumono il colore, e che perciò in questo materiale non è possibile la distinzione in tipi cellulari, fondata sulle affinità tintoriali, che Hoffmann stabilisce.

In colture di 36 o 48 ore, numerosissime cellule mesenchimali emigrate nel plasma sono colorite in azzurro, e la colorazione si mantiene sino al 3° o 4° giorno. Esaminandole coll'obbiettivo ad immersione, si rileva che soltanto degli organuli a forma di granuli o di corti bastoncini, contenuti nel citoplasma, hanno assunto il colore con grande intensità; la parte fondamentale, meno refrangente del citoplasma ed il nucleo sono del tutto scolorati. I granuli sono più abbondanti in prossimità del nucleo; vanno diradandosi a poco a poco verso i prolungamenti.

Nelle cellule a forma affusata i granuli son più compatti; molto sparpagliati sono invece in quelle espanse in sottili lamelle.

Rivolgiamo la nostra attenzione su queste ultime, indubbiamente le più adatte per l'analisi citologica. Oltre ai granuli, si trovano verso la periferia della cellula, e soprattutto nei prolungamenti, dei filamenti relativamente lunghi, pure colorati in azzurro, ma meno intensamente dei granuli.

Esaminando per qualche tempo una determinata cellula, vediamo che i granuli colorati cambiano continuamente di sede, spingendosi nei prolungamenti e ritornando al punto di partenza; però ben di rado arrivano all'estremo distale dei prolungamenti. Tali spostamenti sono probabilmente in correlazione col movimento ameboide della cellula.

Anche i filamenti si spostano e cambiano di forma, diventando spesso più tozzi e più brevi; ed è interessante che tale trasformazione è accompa-

(1) Levi G., *La costituzione del protoplasma studiata in cellule viventi coltivate fuori dell'organismo.* Arch. di fisiol. 1916.

gnata da un mutamento di colore: la lieve tinta azzurrognola che avevano diviene gradatamente più intensa, al punto che non si distinguono più dagli altri granuli.

Si tratta però di una trasformazione reversibile; ho veduto non pochi granuli allungarsi in filamenti ed assumere una tinta più sbiadita. In genere, quanto più tozzo è un filamento, tanto più intensa è la tinta che esso assume.

Se confrontiamo questi risultati con quelli ottenuti, in colture non colorate, da M. e W. Lewis e da me (loc. cit.), senza esitazione possiamo definire i granuli ed i filamenti colorati dal bleu-pirrolo come condriosomi; gli organuli, che nei preparati non colorati si distinguono per la maggiore rafrangenza dalla parte più tenue e più trasparente parte del citoplasma, corrispondono esattamente, per forma, sede e mobilità, alle formazioni colorite dal bleu-pirrolo. Con lo studio delle cellule viventi, vengono così ad essere confermati i risultati delle belle ricerche di Tschaschin (1): che, cioè, per mezzo della tanto discussa colorazione vitale con le sostanze introdotte dal Goldmann nella tecnica (bleu-pirrolo, bleu-isamina, bleu-tripan) si ottiene una colorazione elettiva dei condriosomi. Secondo Tschaschin, nei fibroblasti colorati *intra vitam* col bleu-isamina il condrioma si presenta filamentoso, nelle cellule migranti in riposo granulare; in queste ultime si tingono inoltre delle grosse sfere, che dall'A. sono interpretate come prodotti secretorî. Dalle ricerche di Kijono (2) risulta che la colorazione vitale col carminio dà risultati analoghi.

La colorazione più intensa che acquistano i granuli di fronte ai filamenti negli elementi delle colture dipende probabilmente dalla maggiore densità che hanno le particelle di sostanza colorate nel primo caso. Anche nelle colture non colorate i mutamenti di forma dei condriosomi sono accompagnati da modificazioni nelle proprietà ottiche, modificazioni dipendenti probabilmente dal diverso grado di diluizione del colloide che li costituisce; nel divenir granulari, perdono acqua e diventano più refrangenti: e perciò nelle colture colorate *intra vitam* le particelle di colore — le quali, secondo la teoria fisica della colorazione sarebbero distribuite negli interstizî del tessuto — si addenserebbero gradatamente.

Ma un particolare importante non va dimenticato: nelle cellule colorate *intra vitam* i granuli prevalgono di fronte ai filamenti, mentre nelle colture non colorate si verifica l'opposto, ed anzi, finchè le cellule non mostrano segni di alterazione, i granuli possono mancare del tutto.

Io mi formai la convinzione, che tale modificazione di forma è un segno di una lieve alterazione dei condriosomi prodotta dalla presenza del colore

(1) Tschaschin, *Ueber vitale Färbung der Chondriosomen in Bindegewebszellen mit Pyrrholblau.* Folia haematologica, Bd. 14, an. 1912.

(2) Kijono, *Die vitale Karminepedcherung.* Jena, 1914.

nella coltura; per quanto il bleu-pirrolo sia dotato di tossicità tanto scarsa da non compromettere la vitalità nè la capacità riproduttiva delle cellule coltivate, nondimeno esso determinerebbe una lieve alterazione nella forma del condrioma, compatibile con la vita della cellula. Si tratta di quell'alterazione che venne messa in luce particolarmente da Ciaccio (1) e che fu da lui definita *preplastoressi*.

S'accordano pienamente con tale supposizione i fatti sovra riferiti, riscontrati da M. e W. Lewis, che per effetto della colorazione con verde-Ianus i condriosomi si disgregano in granuli.

In cellule più profondamente alterate, quali si osservano specialmente al 3° o 4° giorno nelle colture colorate, i condriosomi si alterano più profondamente: le forme a bastoncino ed a filamento scompaiono; i granuli si rigonfiano tanto da trasformarsi in cospicue vescicole colorate. Modificazioni codeste, che trovano il loro riscontro in quelle che si possono osservare facilmente in cellule alterate di colture non colorate.

Il condrioma colorito dal pirrolo fu studiato anche in elementi in mitosi; la sua forma ed il suo comportamento sono molto simili a quelli da me (loc. cit.) descritti nella mitosi di cellule non colorate. In qualche caso ho potuto vedere nella telofase molti granuli e bastoncini nel piano equatoriale, i quali si ripartivano in misura approssimativamente eguale nelle due cellule figlie; quando le due cellule figlie avevano un volume diverso, la repartizione avveniva in misura disuguale.

Biologia. — *Correlazione e differenziazioni*. Nota III di G. Cotronei, presentata dal Socio B. Grassi.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

(1) Ciaccio C., *Zur Physiopathologie der Zelle*: 1°, *Entartungsbilder der Plastosomen*. Zentraibl. f. allg. Path. u. path. Anat., Bd. 24, an. 1913.

Mineralogia. — *La ciclopite di Santa Maria la Scala (presso Acireale)* [1]. Nota di S. Di Franco, pres. dal Corrisp. G. Di Stefano.

Il nome di ciclopite, come varietà di anortite, fu dato dal Sartorius [2] ai cristalli trovati all'isola dei Ciclopi, mentre Carlo Gemmellaro [3] aveva indicato precedentemente col nome di ciclopite la marna più o meno metamorfosata che poggia sul basalte e che forma la superficie e gran parte della massa dell'isola dei Ciclopi, ritenendola come un prodotto del basalte decomposto [4].

Il Gemmellaro era talmente convinto della ipotesi di formazione di questa marna che vi insistette nel lavoro sopra il confine marittimo dell'Etna [5] e ne parlò dettagliatamente nel 1845 a proposito del VII Congresso degli scienziati italiani tenutosi in Napoli [6].

Nè volle accettare quanto allora pubblicò in proposito il Lyell [7], descrivendola come marna anteriore alla eruzione del basalte e da questo metamorfosata e spinta in alto.

Il Gemmellaro e il Maravigna [8] avevano chiamato invece questa varietà di anortite col nome di beffanite, in onore del conte Beffa Negrini, socio corrispondente dell'Accademia Gioenia, che passò molti anni a Catania e li aiutò e li incoraggiò nei loro studii.

Il Ferrara [9], nel 1845, si avvalse del nome di ciclopite per indicare i cristalli di analcime che in abbondanza si trovano all'isola dei Ciclopi; però poco opportunamente, giacchè il nome di analcime esisteva sin dal 1801, dato da Haüy [10].

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di mineralogia e vulcanologia della R. Università di Catania.

(2) Waltershausen-Lasaulx, *Der Aetna*, Leipzig, 1880, pag. 505.

(3) Carlo Gemmellaro, *Sopra il basalto e gli effetti della sua decomposizione naturale*. Atti Acc. Gioenia, ser. I, vol. II, 1827, pag. 49.

(4) Il Gemmellaro considera ancora basalto decomposto la parte superiore del Faraglione grande.

(5) C. Gemmellaro, Atti Acc. Gioenia, ser. I, vol. IV, 1830, pag. 186.

(6) C. Gemmellaro, *Sul basalto decomposto dell'isola dei Ciclopi*. Atti Acc. Gioenia, ser. 2ª, vol. II, 1845, pag. 311.

(7) C. Lyell, *Principles of geologys*. London, pag. 337.

(8) C. Maravigna, *Materiale per la compilazione della orittognosia etnea*. Atti Acc. Gioenia, ser. I, vol. IX, 1835, pag. 293.

(9) A. F. Ferrara, *Vulcanologia geologica della Sicilia e delle isole che le sono intorno*. Atti Acc. Gioenia, ser. 2ª, vol. II, 1845, pag. 239.

(10) Haüy, *Min.*, 1801, III, pag. 180.

Il Sartorius quindi avrebbe potuto attenersi al nome di beffanite.

Ora nessuna relazione esiste tra la ciclopite del Gemmellaro e quella del Sartorius, in quanto nel primo caso si indica una specie di marna data dalla pretesa decomposizione del basalte, e nel secondo caso si indicano i cristalli di una varietà di anortite.

Che non si tratta poi qui di una speciale roccia da meritare un nome a parte, nè di basalte decomposto, è fuori di dubbio.

Esaminata la marna in posto, si vede che essa poggia sul basalte e non si osserva un'alterazione graduale che a quello la rileghi; anzi la stessa marna si trova inglobata nel basalte stesso, subendo delle profonde metamorfosi (1).

Anche l'osservazione, al microscopio, d'una sezione, conferma trattarsi di marna e non di basalte decomposto.

Ora, sino ad oggi, i cristalli di ciclopite sono stati riscontrati soltanto nelle geodi del basalte dell'isola dei Ciclopi; però nelle cavità della lava di Santa Maria la Scala, vicino ad Acireale, insieme coi cristalli aciculari di aragonite, mi è stato possibile di osservare distinte laminette di ciclopite, simili a quelle dell'isola dei Ciclopi.

La ciclopite di Santa Maria la Scala si trova in laminette splendenti, della massima dimensione di mm. 2, nel senso della diagonale maggiore, generalmente biancastre, trasparenti, qualche volta colorate in giallo o in rosso da ossidi di ferro.

I cristalli presentano le seguenti forme:

$$c = \{001\} \; ; \; b = \{010\} \; ; \; o = \{\bar{1}\bar{1}1\} \; ; \; m = \{110\} \; :$$
$$\mathrm{M} = \{1\bar{1}0\} \; ; \; x = \{\bar{1}01\} \text{ e } y \{\bar{2}01\} \; ,$$

quest'ultima nuova per la ciclopite.

Le combinazioni da me osservate sono:

1)	$\{001\}, \{010\}, \{\bar{1}01\}, \{\bar{2}01\}$;	c, b, x, y.
2)	$\{001\}, \{010\}, \{1\bar{1}0\}, \{\bar{1}01\}$;	c, b, M, x.
3)	$\{001\}, \{010\}, \{1\bar{1}0\}, \{\bar{1}01\}, \{\bar{2}01\}$;	c, b, M, x, y.
4)	$\{001\}, \{010\}, \{110\}, \{1\bar{1}0\}, \{\bar{1}\bar{1}1\}, \{\bar{1}01\}$;	$c, b, m, \mathrm{M}, o, x$,

delle quali la (2) e la (4) sono le più frequenti.

(1) S. Di Franco, *Gli inclusi nel basalto dell'isola dei Ciclopi*. Atti Acc. Gioenia, ser. 4ª, vol. XIX, 1906.

Le laminette sono sviluppate secondo b {010} e rendono di forma rombica il cristallo (ved. fig. 1).

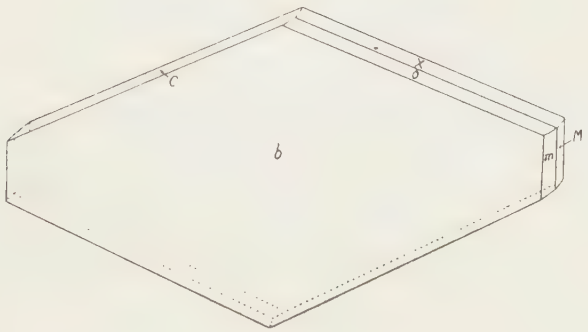

Fig. 1.

Per l'aspetto cristallografico la nostra ciclopite somiglia all'anortite riscontrata nelle parti vetrose della leucotefrite del Vesuvio e del Somma; infatti questa si presenta in tavolette secondo {010}, a contorno rombico, limitate o da {001} e {$\bar{1}$01}, ovvero da {001} e {$\bar{2}$01}, con accenno delle forme della zona [001].

Cristalli simili ha trovato il Lacroix (1) nelle scorie delle esplosioni stromboliane dell'eruzione del Vesuvio del 1906.

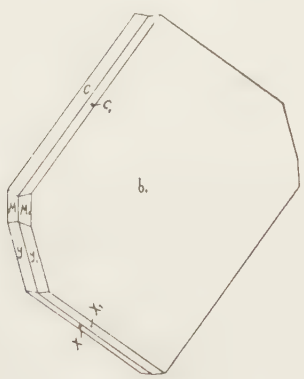

Fig. 2.

Nella ciclopite di Santa Maria la Scala compaiono però bene sviluppate le forme {110}, {1$\bar{1}$0}, {$\bar{1}\bar{1}$1} e {$\bar{2}$01} (ved. fig. 2).

(1) *Nouvelles archives du museum* (4), IX, pag. 23.

La $y\{\bar{2}01\}$, nuova per la ciclopite, è stata determinata dalle seguenti misure, confrontate con quelle del Marignac:

$$c : y = (001) : (\bar{2}01) = 81° 12' \qquad 81° 14'$$
$$M : y = (\bar{1}11) : (\bar{2}01) = 43\ 36 \qquad 43\ 37$$
$$b : y = (0\bar{1}0) : (\bar{2}01) = 89\ 29 \qquad 89\ 27\ \tfrac{1}{2}.$$

L'angolo $(001) : (\bar{2}01)$, da me misurato, si avvicina al valore calcolato dallo Zambonini (81° 12' 1") con le sue costanti per l'anortite del Vesuvio (1); invece gli altri singoli si approssimano ai valori dati dal Marignac.

Le misure degli altri angoli mi hanno dato i seguenti risultati, messi a confronto con quelli relativi calcolati in funzione del rapporto parametrico dato dal Marignac:

$$a : b : c = 0{,}63473 : 1 : 0{,}55007$$

Angoli	N.	Misurati		Calcolati
		Limiti	Medie	
$c:b = (001):(010)$	8	85°43' - 85°49'	85°47'	85°50'
$c:m = (001):(110)$	10	65 48 - 65 53	65 51	65 53.5
$c:M = (001):(1\bar{1}0)$	7	69 15 - 69 22	69 19	69 20
$m:M = (110):(1\bar{1}0)$	10	59 29 - 59 33	59 31	59 29
$m:b = (110):(010)$	6	58 8 - 58 12	58 10	58 4
$M:b = (1\bar{1}0):(0\bar{1}0)$	8	62 20 - 62 26	62 24	62 26 ½
$o:c = (\bar{1}\bar{1}1):(001)$	7	57 51 - 57 54	57 53	57 52
$o:b = (\bar{1}\bar{1}1):(0\bar{1}0)$	4	64 55 - 64 60	64 57	64 53
$x:c = (\bar{1}01):(001)$	4	51 22 - 51 26	51 24	51 26
$x:b = (\bar{1}01):(010)$	5	88 19 - 88 25	88 23	88 20

In generale i cristalli semplici sono rari; e, osservandoli al microscopio, spesso sulla faccia (010) si notano numerose laminette addossate, di forma quadratica, rettangolare o poligonale, con le superficie ricche di striature.

La ciclopite dell'isola dei Ciclopi, da me osservata, presenta invece, sulla faccia (010), delle vere linee di frattura, parallelamente agli spigoli, in modo da ridurla in numerose losanghe.

Tali fratture si estendono per quasi tutta la lunghezza e larghezza delle lamine, e sono intercalate da altre fratture meno estese e leggermente pronunziate.

I cristalli colorati in giallo-arancio si risolvono, al microscopio, in alquante lamelle a contorno poligonale e con diversa intensità di colore.

(1) *Mineralogia vesuviana*, 1910, pag. 112.

A differenza della ciclopite dell'isola dei Ciclopi, quella di Santa Maria la Scala è ricca d'inclusioni, ora di forma prismatica, ora senza forma geometrica apprezzabile, soltanto in un cristallo ho potuto osservare una inclusione di forma sinusoide; non sono rari gl'inclusi di piccoli granuli di magnetite.

A nicols incrociati, le inclusioni presentano vivi colori di polarizzazione dati dall'indice di rifrazione più elevato in confronto alla stessa ciclopite.

L'angolo di estinzione, misurato sopra (010), è di — 39° a 42°.

In alcuni cristalli l'addossamento delle laminette è tale che sulla faccia (010) non si ha estinzione in nessuna direzione.

La sfaldatura è secondo {001} e {010}.

Nei cristalli geminati secondo la legge di Karlsbad i due individui sono di grandezza quasi uguale; invece in quelli polisintetici, costituiti da diverse lamelle posto l'una sull'altra secondo la legge del periclino, sono così sottili da simulare una semplice striatura.

L'analisi chimica mi diede i seguenti risultati:

SiO_2	43.10
Al_2O_3	30.12
Fe_2O_3	1.80
FeO	0.95
CaO	19.50
MgO	0.52
Na_2O	2.18
K_2O	1.25
perdita al rosso	0.92
somma	100.34

Il peso specifico è di 2,721, mentre per la ciclopite dell'isola dei Ciclopi è stato trovato di 2.682; la differenza in più è dovuta alle inclusioni, specialmente di magnetite.

Il fatto di trovare impiantati cristallini di aragonite sulle facce delle lamelle di ciclopite ci conduce a considerare questa come più antica della aragonite.

Fisiologia. — *I processi termici dei centri nervosi.* IV. *Azione dell'ossigeno sulla tonalità termica del preparato centrale di Bufo* (1). Nota di S. Baglioni, presentata dal Socio S. Luciani.

Speciale interesse presentava la questione dell'azione dell'ossigeno sulla produzione termica del preparato centrale, e perchè dalle precedenti ricerche era noto che questo preparato può, alla temperatura ordinaria, sopravvivere a lungo soltanto quando è posto in ambiente ricchissimo di ossigeno, e perchè è noto che tutti i processi ossidativi (che sarebbero presumibilmente dovuti avvenire in seno alla sostanza nervosa) hanno per effetto una forte produzione di calore.

In due modi cercai di far agire l'ossigeno: *a*) facendo circolare una corrente di ossigeno puro (preparato chimicamente) nella camera umida dell'apparecchio; *b*) mediante applicazione di una listerella di carta da filtro, imbevuta di una soluzione di H_2O_2, sulla faccia dorsale del preparato. Ambedue questi mezzi si erano mostrati efficaci per mantenere la sopravvivenza del preparato centrale (2).

Riferisco i dati di tre esperienze.

Esperienza XIV. 10 marzo 1916. — Preparato di ♂, senza emisferi cerebrali. Batuffolino di ovatta, imbevuto di soluzione di stricnina (1 %), sulla faccia dorsale dell'*int. post.* O del galvanometro vuoto, 840. Temp. amb. 12°,7. Alle ore 8.10′ adagio il preparato colla sua faccia ventrale sulla batteria di otto coppie. Sino alle ore 9.45′, tetani spontanei e riflessi violentissimi; il galvanometro, dapprima salito a 830, quindi ridisceso a 490, per aver aperto la cassettina allo scopo di situare la cannula per insufflare O_2, era di nuovo risalito a 650. La corrente di O_2 attraversava due bottiglie di lavaggio, contenenti H_2O, prima di giungere al preparato. Nella tabella I sono riportati i successivi dati, più salienti, della lunga esperienza.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Sassari.

(2) Questi Rend., vol. XIII, 1° sem., ser. 5ª, 1904, pp. 739-748; e Zeitschr. f. allg. Physiol., IV, 1905, pp. 384-437.

Tabella I.

h. min' min''	Galvan.	Attività centrale	Temp. amb.	*Osservazioni*
10. 0 0	750	Fortissimi tetani.		
» 1.30	650			Insufflo O_2 per pochi secondi.
» 5	715	Idem.		
» 26	875	Idem.		
» 30	730			Idem.
» 38	875		13°.7	
» 49	980			
11.10	990	Idem.		
» 15	790			Idem
» 27	1010	Idem.	14°.4	
» 30	1038			
» 52	1000	Idem.		
» 55	995			Insufflo O_2 per 1'.
» 56	760			
12. 1	936	Idem.		
» 26	1070	Idem.	14°.8	
» 30	1090			
13. 0. 0	1010			Idem; scende a 760.
» 3	910	Idem		
» 14	1038			
» 39	1095			
» 47	1120	Idem.		
» 53	1120			
14.41	1100	Idem.		Apro e pongo listerella di carta da filtro (2 × 20 mm) imbevuta di soluzione H_2O_2 (Erba, 3,6 %: peso H_2O_2 12 vol. O) sulla faccia dorsale del preparato. Il galvanometro sale fortemente e rapidamente.
» 45	1820	Idem.		
» 45.30	1845			
» 46	1770			
» 48	1520	Idem.		
» 49.30	1440			
» 51.30	1315			Apro e tolgo la listerella di carta.
» 54	1230	Idem.		
15. 4	1310		15°.4	
» 7	1315			Insufflo O_2; scende a 1100.
» 12	1268			
» 20	1330			
» 24	1348			
» 30	1340	Idem.		
» 37	1320			
» 46	1280	Idem.		
16.46	1165	Forti tetani riflessi.		
17. 8	1090	Idem.		Insufflo O_2 per 1'; scende a 580.
» 12	1075			
» 14	730			
» 22	1020	Riflessi tardi e deboli.		
» 26	1030		14°.9	
» 29	1040	Idem idem } unilaterali.		
18. 9	1010	Idem idem idem.		
19. 2	910	Ineccitabile.		Insufflo O_2 per 1'; scende a 520.
» 15	872		14°.0	
» 35	935			Aperto il circuito, scende a 920.
» 40	922			

Esperienza XV. 11 marzo 1916. — Preparato completo e normale di ♃. Alle ore 8.10 lo adagio colla faccia ventrale sulla batteria di otto coppie. Il galvanometro scende sotto 380; poi risale lentamente. Temp. amb. 13°.4. Nella tab. II i più salienti dati successivi.

TABELLA II.

h. min' min''	Galvan.	Attività centrale	Temp. amb.	*Osservazioni*
9. 1	760	Riflessi forti e pronti.	14°.4	Aprendo il circuito, tende a salire
» 33	890		14°.8	a 800.
» 37	885	Ottimi riflessi, 888.		
» 41	885			Insuffio O_2 per 1′; scende a 495,
» 48	850			poi risale.
» 55	910	Movimenti spontanei.		
10.10	960			
» 30	1035	Riflessi.		Insuffio aria umida per 1′; scende
» 31	1040			a 160, poi risale.
» 41	975			
» 51	1045			
» 56	1085	Ineccitabile.		Pongo listerella di carta imbevuta di H_2O_2; sale rapidamente al di sopra di 2000, fuori della scala.
» 59	2000			
11. 0	1840			
» 3	1500			
» 8	1225			Tolgo listerella.
» 15	1060			Pongo altra listerella imbevuta di soluzione d'alcool 10 %: scende a 600, poi risale.
» 17	750			
» 18	875		15°.0	
» 34	1150			Tolgo la listerella.
» 40	1140			
» 43	1142			Insuffio O_2 per 1′; scende a 650,
12. 1	1130			poi risale lentamente.
» 16	1160			Pongo altra listerella imbevuta di soluzione $n/10$ di H_2SO_4; scende
» 20	1030			a 700, poi risale.
» 32	1140			
13. 0	1115			Tolgo listerella; scende a 915, poi risale.
» 27	1140			Aprendo il circuito, scende a 730.
» 43	1015		15°.6	
14.34	1050			Pongo listerella imbevuta di soluzione di acido fenico 1 %; scende a 500, poi risale.
» 47	1052			
15. 9	1060			Tolgo la listerella, sostituendola con altra imbevuta di H_2O_2; scende a 700, poi risale.
» 10.30	1110			
» 12	1222			
» 14	1210			
» 22	1170			Tolgo listerella; scende a 1040.
16. 0	1040			
» 53	952			Aprendo il circuito, 780.
17.45	925			
19.20	860			Pongo altra listerella con H_2O_2: scende a 450, poi risale.
» 24	900			
» 26	990			
» 31	970			Aperto il circuito, 780.

Esperienza XXVI. 21 marzo 1916. — Preparato completo di ♂. Quadratino di carta bibula (2 × 2 mm.) imbevuto di soluzione di stricnina (1 %) sulla faccia dorsale dell'*int. post.* Alle ore 8.37′ adagio il preparato colla faccia ventrale sulla batteria di cinque coppie; ha quasi i tetani. Temp. amb. 16°. Il galvanometro scende sotto 0: poi risale lentamente. Nella tab. III alcuni dati successivi.

TABELLA III.

h. min′ min″	Galv.	Attività centrale	Temp. amb.	*Osservazioni*
8 40	560			
» 43	700			
» 44.30	690			Aprendo il circuito, 600.
» 46	670	Riflessi forti, quasi tetani, 665.		
» 48	652		16°.0	
» 49	645			Fo insufflare O_2 per 1′; scende sotto 0, poi risale.
» 57	490		16°.05	
9. 9	610	Tetani riflessi violenti e ripetuti. 612.		
» 12	620		16°.1	
» 30	620	Idem idem idem.	15°.7	
» 45	600	Idem idem idem.	»	
» 48				Fo passare per 30″ una corrente di CO_2; movimenti spontanei; scende a 140.
» 50	310	Tetani riflessi fortissimi.		
10. 0	570		»	
» 5	590	Idem idem idem, 585.		O_2 per 1′; scende sotto 0, poi risale.
» 14	560		16°.0	
» 18	610		»	
» 22	630		16°.05	
» 26	650	Tetani riflessi fortissimi per minimi stimoli.	16°.1	
» 31	660			Aprendo il circuito, scende a 600; O_2 per 1′; scende sotto 0, poi risale.
» 44	625		»	
» 50	660			
» 53	664		16°.15	
11. 0	670	Idem idem idem, 665.	16°.2	
» 1	675			Insuffio O_2 attraverso vapori di cloroformio; tetani violenti; scende a 665.
» 5	660	Eccitabilità riflessa scomparsa.		Idem, per 1′; scende a 200.
» 8	450		16°.25	
» 11	640			
» 12	650		16°.3	
» 16	690			
12. 3	730		16°.4	

Il sèguito dell'esperienza con un batuffolino di cotone, simile al preparato e imbevuto di soluzione fisiologica, fu riferito nella tab. II della II Nota precedente (pag. 594).

I dati delle tre esperienze (e di altre, che ometto per brevità) dimostrano un'evidente azione positiva tanto della corrente gasosa di O_2, quanto dell'applicazione di H_2O_2. Differendo fortemente nei dettagli, è duopo discutere separatamente l'azione delle due sostanze.

a) *Azione dell'ossigeno.* — Si ha una prima fase di raffreddamento, che ordinariamente dura finchè dura la corrente gasosa attraverso la camera umida: nella sua entità è direttamente proporzionale a questa durata, ed è, perciò, diretta conseguenza di aumentata evaporazione del preparato (ved. Nota II). Segue una seconda fase di lenta e graduale elevazione termica che, dopo alcuni minuti, raggiunge e poi sorpassa il valore iniziale. Nell esper. XIV una prima corrente di O_2 di pochi secondi produsse, dopo 25′, un aumento, sul valore iniziale, di 125 divisioni (pari a $+ 0°.0725$); una seconda simile corrente di O_2 determinò, dopo 19′, un aumento sul valore iniziale di 230 divisioni ($= + 0°.115$); una terza, dopo 15′, un aumento di 288 divisioni ($= + 0°.144$); una quarta di 1′, dopo 35′, un aumento di 340 divisioni ($= + 0°.170$); una quinta, dopo 44′, un aumento di 370 ($= + 0°.185$).

Nell'esper. XV la corrente di O_2 di 1′ produsse, dopo 29′, un aumento, nel valore iniziale (885), di 85 divisioni ($= + 0°.0425$), che, dopo altri 20′, era divenuto di 160 divisioni ($= + 0°.080$). In questa esperienza l'aumento di calore è meno rilevante, certamente perchè il preparato non era stricninizzato.

Nella prima parte dell'esper. XXVI l'azione dell'O_2 fu meno evidente, perchè mascherata da abbassamento della temperatura ambiente (da 16° a 15°.7); essa fu invece evidente nella seconda parte, quando la temperatura ambiente risalì a 16°. L'aumento prodotto da corrente di O_2 per 1′ fu, dopo 26′, di 70 divisioni sul valore iniziale (590), pari a $+ 0°.056$; e, più tardi, per altra corrente simile, dopo 30′, di 85 divisioni ($= + 0°.0765$).

Che questa azione, debolmente e lentamente riscaldante, dell'O_2 sia dovuta ai processi metabolici del preparato sopravvivente, è ben dimostrato dai seguenti fatti: Tale azione scompare, od è molto minore, quando il preparato è divenuto ineccitabile (esper. XIV, XV, XXVI); essa non si manifesta, se al posto del preparato si pone un batuffolino d'ovatta imbevuto di soluzione fisiologica (ultima parte dell'esper. XXVI e altre esperienze non riferite); e, finalmente, un'azione analoga, però meno intensa, si osserva anche se, invece di O_2, si fa passare una corrente di aria umida [esper. XV ed esper. XII della III Nota (pag. 659)].

b) *Azione dell'acqua ossigenata.* — Quest'azione differisce da quella della corrente di O_2 soprattutto pel fatto che essa provoca, quasi immediatamente, una forte elevazione termica. Nell'esper. XIV quest'elevazione raggiunse (entro 1-2′) il valore di 745 divisioni sul valore immediatamente precedente, pari a un aumento di temperatura di $+ 0°.3725$; nell'esper. XV raggiunse (entro 1-2′) il valore di più di 1000 divisioni, pari a $+ 0°.5$.

A questa fase segue una seconda, in cui il galvanometro, abbastanza rapidamente, ridiscende per raggiungere, dopo circa 60', press'a poco il valore iniziale. Successive applicazioni di H_2O_2 provocano fatti analoghi, che sono però molto meno intensi, specialmente se, nel frattempo, il preparato è divenuto ineccitabile (esper. XV). Per intendere il meccanismo d'azione dell' H_2O_2, aggiungo che nell'esper. XVI (12 marzo 1916), dopo aver provato su un preparato normale non stricninizzato l'azione dell' O_2 e quella dell' H_2O_2, lo sostituii con una striscia muscolare di dimensioni uguali. Applicai quindi sulla sua faccia superiore un'uguale listerella di carta bibula imbevuta della stessa soluzione di H_2O_2; vidi un comportamento uguale, ossia una rapidissima elevazione termica di 830 divisioni (= + 0°.415). Nell'esper. XX (15 marzo 1916) applicai un'uguale listerella di carta con H_2O_2 sulla faccia superiore di un batuffolino d'ovatta umida, simile al preparato; il galvanometro, stavolta, dapprima discese lievemente e poi risalì lentamente per mantenersi al valore iniziale. Ciò dimostra che l'azione dell'acqua ossigenata, pur non essendo specifica del preparato centrale, si manifesta soltanto a carico di tessuti (nervoso e muscolare). Non so, però, qual'importanza abbia nel processo la scissione catalitica di ossigeno, che, in forma di bollicine, ho sempre constatato sulla superfice del preparato. La quantità di soluzione di H_2O_2 (che poteva essere assorbita dalle listerelle di carta da filtro), determinata per pesata, risultò oscillare tra gr. 0.0072 e gr. 0.0097.

Da rilevare, finalmente, è l'altro fatto, risultante dall'esper. XV, che altre sostanze, più o meno ossidanti (soluzione alcoolica 10 %, $n/10$ di H_2SO_3, fenica 1 %), applicate sul preparato con metodo uguale, non provocarono elevazione termica analoga a quella dell'acqua ossigenata.

c) Azione dell'asfissia. — Non ho eseguito esperienze dirette a stabilire l'azione di gas asfissianti (azoto, idrogeno). Da tutte le esperienze, però, terminate colla morte del preparato centrale per mancata rinnovazione di ossigeno (ad es. l'esp VII della Nota II (pag. 594), l'esp. XI della Nota III (pag. 658), le due prime esperienze della presente Nota) risulta costantemente che l'ineccitabilità, così prodotta, si associava a un evidente raffreddamento. Mi pare, quindi, di poterne trarre la conclusione che *le modificazioni biochimiche, indotte dall'asfissia (mancanza di ossigeno respiratorio) nel metabolismo centrale, producono una variazione negativa del tono termico (raffreddamento).*

Patologia. — *Ulteriori ricerche sulla possibile trasmissione delle tripanosomiasi animali nell'uomo: le reazioni biologiche nelle tripanosomiasi umane ed animali nella identificazione dei «virus»*[1]. Nota V del prof. dott. Alessandro Lanfranchi presentata dal Socio B. Grassi.

Nelle Note precedenti[2] ho riferiti i risultati ottenuti con le ricerche in merito al potere agglutinante, tripanolitico e protettore del mio siero, confrontando detti risultati con quelli antecedentemente ottenuti.

Alla risoluzione dell'importante problema dell'identificazione del *virus* del quale sono infetto, ho pensato si potesse portare un nuovo e interessante contributo mediante un nuovo indirizzo di ricerche.

Avendo rilevato come il mio siero, per quanto in grado diverso, sia protettore per tutti e tre i *virus Lanfranchi Evansi gambiense*, ho pensato di controllare se veramente detto potere fosse legato ad immuncorpi o non a sostanze che naturalmente si potessero trovare nel siero, tanto più che, come altrove ho detto, secondo un gran numero di autori, il siero umano normale può essere attivo contro il tripanosoma *Evansi*.

Non solo, ma con tali ricerche mi sono proposto di vedere se erano gli stessi anticorpi che, fissandosi e agendo sopra i diversi tripanosomi, impedivano a questi di infettare gli animali ai quali si inoculavano, o non si trattasse invece di anticorpi dotati di speciali affinità in rapporto a ciascun *virus*.

Sappiamo, per le ricerche di Mesnil e Brimont[3], come, egualmente a quanto si osserva per i batterii, le sostanze protettrici contenute nel siero si fissano sopra i tripanosomi corrispondenti.

Tali autori hanno anche notato come la sostanza attiva del siero non si fissi tutta completamente sopra i tripanosomi; una piccola parte resterebbe ancora nel liquido

Non è poi possibile ottenere una fissazione completa, anche in ragione del fatto che, data la fragilità dei tripanosomi *in vitro*, non si può prolungare di troppo il tempo del contatto.

Dato ciò, non vi è nessun dubbio che la risposta ai problemi sopra postimi poteva venire data dal seguente esperimento: mettere i singoli *virus*

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Patologia e Clinica medica veterinaria della R. Università di Bologna.

(2) Al. Lanfranchi, *Ulteriori ricerche sulla possibile trasmissione delle tripanosomiasi animali nell'uomo*. Note I, II, III e IV (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, classe di scienze fisiche matematiche e naturali. 1916).

(3) Mesnil e Brimont, Ann. Inst. Pasteur, 1909, pag. 129.

a contatto col mio siero, liberare in seguito il siero da tutti i tripanosomi, saggiare quindi di nuovo il suo potere protettore *vis-à-vis* rispettivamente, ed in ogni caso con i tre *virus*.

Ad un tale scopo ho fatto le seguenti ricerche.

Prima serie. — Il mio siero venne messo a contatto col *virus Lanfranchii*, nella proporzione-limite minima che per il potere protettore si era stabilita esser atta ad impedire l'infezione; quindi nel rapporto di $^1/_4$ di cc. di siero e $^2/_{10}$ di cc. della soluzione-campione di *virus*.

Tenni un tale rapporto per impedire che, usando una dose maggiore di siero, potessero in questo rimanere ancora degli anticorpi — non venendo tutti fissati — ed il siero possedere ancora un certo potere protettore.

Le diverse miscele che dovevano essere impiegate vennero messe quindi al termostato a 37 ove furono mantenute per un'ora; poichè sappiamo come dopo tale periodo i tripanosomi si alterino. In seguito furono centrifugate a 4000 giri al minuto per $^1/_4$ d'ora, il siero venendo indi aspirato, per capillarità, in lunghe e sottili pipette.

Detto siero venne quindi distribuito in tre provette nelle dosi di $^1/_4$, $^1/_2$ e 1 cc., e, in seguito, in ciascuna di esse vennero aggiunti $^2/_{10}$ di cc. soluzione-campione, rispettivamente dei tre *virus Lanfranchii Evansi gambiense*. Mi sembrerebbe un di più indicare il perchè ho mantenuto tali proporzioni, ed in merito rimando al lavoro del Bordet [1] ove si parla della legge delle proporzioni variabili.

Dopo tre minuti di contatto, le miscele vennero inoculate in sei topolini.

Seconda serie. — Il mio siero venne messo a contatto col *virus Evansi* nelle proporzioni di $^1/_2$ cc. siero, $^2/_{10}$ cc. *virus*, e ciò perchè la dose di $^1/_2$ cc. si è visto essere la minima atta ad impedire l'infezione per un tale *virus*.

Per il restante la tecnica seguìta fu identica a quella della serie prima, come identica fu anche per la serie che segue.

Terza serie. — In questa il siero fu posto a contatto per lo stesso periodo di tempo, nelle proporzioni di 1 cc. con $^2/_{10}$ di cc. soluzione-campione di *virus gambiense*; proporzione che io ho ritenuta essere indubbiamente quella atta ad impedire la infezione a *gambiense*.

Come controlli furono inoculati tre animali rispettivamente con uno dei tre *virus*, trattati nella dose tipo di $^2/_{10}$ cc. con 1 cc. di siero umano normale.

Riassumo nel quadro che segue i risultati ottenuti.

(1) Bordet, *Sur le mode d'action des antitoxines sur les toxines*. Ann. Inst. Pasteur, 1903, pag. 161.

GIORNI DELLA MALATTIA

		1	2	3	4	5 m. | s.	6 m. | s.	7 m. | s.	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Siero-virus Lanfranchii	Virus Lanfranchii	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» »	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» Evansi	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» »	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» gambiense	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																	
	» »	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																	
Siero-virus Evansi	Virus Lanfranchii	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» »	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» Evansi	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» »	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» gambiense	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																	
	» »	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																	
Siero-virus gambiense	Virus Lanfranchii	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» »	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*		+															
	» Evansi	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																
	» »	*a*	*a*	*rr*	*r*	*nn*	*nn*	+															
	» gambiense	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																	
	» »	*a*	*rr*	*r*	*nn*	+																	
Controlli	Virus Lanfranchii	*a*	*a*	*a*	*a*	*rr*	*rr*	*rr*	*a*	*rr*	*r*	*r*	*n*	*n*	*nn*	*nn*	+						
	» Evansi	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*rr*	*rr*	*rr*	*a*	*a*	*a*	*a*	*rr*	*r*	*n*	*n*	*r*	*nn*	*nn*	*nn*	+
	» gambiense	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*rr*	*rr*	*r*	*n*	*n*	*rr*	*n*	*n*	*nn*	*nn*	*nn*	+				

a = trip. assenti; *rr* = trip. rarissimi; *r* trip. rari; *n* = trip. numerosi; *nn* = trip. numerosissimi.

Dall'esame del quadro riassuntivo appare come i risultati non potrebbero essere più dimostrativi.

I tre virus hanno fissato rispettivamente e completamente gli anticorpi protettori nel mio siero.

Pur tuttavia, analizzando partitamente i risultati ottenuti, si ha modo di fare un qualche rilievo.

Prima cosa che si rileva: gli animali inoculati con il *virus gambiense* hanno avuto eguale decorso della infezione, in tutte e tre le serie esperimentali, e sono venuti a morte, si può dire, costantemente un giorno prima di tutti gli altri, tanto inoculati col *virus Lanfranchii* quanto con l'*Evansi*.

Questo primo fatto potrebbe stare a parlare, per quanto la differenza sia appena apprezzabile, per una maggiore specificità dei pochi anticorpi (che, come si è detto, rimangono nel siero) rispetto a tali due *virus*; e ciò riavvicinerebbe ancora una volta il *virus Lanfranchii* più all'*Evansi* che non al *gambiense*.

Un altro rilievo appare, in riguardo al comportamento dei *virus Lanfranchii* ed *Evansi* rispetto al *gambiense*, allorchè i primi due sono stati fatti agire in miscela con siero prima sottoposto a contatto con quest'ultimo *virus*. Infatti si nota come uno degli animali inoculati col *virus Lanfranchii* sia venuto a morte con circa dodici ore di ritardo; ed un altro, inoculato con l'*Evansi*, con ventiquattro ore, in relazione a tutti gli altri soggetti che avevano ricevuto gli stessi *virus*.

Sono piccole differenze, alle quali non si può dare un grande valore; rappresentano però dei dati, che, uniti a tutti gli altri, vengono ancor più a dimostrare come il *virus Lanfranchii* sia più da riportarsi all'*Evansi* che non al *gambiense*.

Con le presenti ricerche viene ad essere allontanato anche il dubbio, per quelle già eseguite in merito al potere protettore del siero, della possibile influenza dell'attività del siero umano sopra il trip. *Evansi*: fatto che può esistere anche per alcune varietà di *gambiense*, come risulta dalle ultime ricerche del Mesnil.

Infatti sappiamo che le sostanze attive dotate di proprietà protettrice del siero normale non si fissano mai sopra i tripanosomi.

L'importanza però veramente grande delle presenti ricerche e dei risultati ottenuti è costituita dal fatto sul quale ho già richiamato l'attenzione: che cioè: *i tre virus hanno fissato rispettivamente e completamente gli anticorpi protettori contenuti nel mio siero.*

Orbene: o noi togliamo ogni valore al potere protettore (valore che da tutti viene ammesso, tanto da costituire tale ricerca uno dei migliori mezzi siero-diagnostici per l'identificazione di un dato tripanosoma), o diversamente dobbiamo ritenere — a parte le piccole differenze notate ed interpretate — che, dato che gli anticorpi protettori contenuti nel mio siero sono stati fissati

completamente e rispettivamente dai tre antigeni impiegati, essi, trip. *Evansi Lanfranchii gambiense*, sono scambievolmente da identificarsi, e quindi dobbiamo ammettere che il trip. *gambiense* sia da riportarsi all'*Evansi*.

Molto probabilmente — in modo corrispondente a quanto gli scienziati inglesi hanno dimostrato per i rapporti intercedenti fra i trip. *Brucey* e *rodesiense* — il primo, trip. *gambiense*, si è originato dal secondo, trip. *Evansi*.

Dissi già come [1], in ipotesi, si possa ammettere la monogenesi di tutti i *vtrus* tripanosomiaci, e che i tripanosomi patogeni attuali riconoscano la loro origine in quelli non patogeni, per il fatto di essersi trovati in cambiate condizioni che li hanno resi atti ad acquistare un tale potere.

A queste considerazioni sono giunto anche per i risultati ottenuti con altre esperienze, che in seguito renderò note.

[1] Al. Lanfranchi, *Sulla possibile trasmissione delle tripanosomiasi nell'uomo*. Bull. delle scienze mediche. Bologna, anno LXXXVI, serie 9ª, 1915.

E. M.